

Géométrie du Plan :

Exercice 1 Déterminer une équation normale et une équation polaire des droites d'équation cartésienne :

$$a) y - \sqrt{3}.x = 0. \quad b) x + y + 2 = 0.$$

Exercice 2 Soit $A = (-2, 4)$ et D et D' deux droites d'équations respectives

$$x + 2.y + 3 = 0. \quad \text{et} \quad 3.x + 2.y + 1 = 0.$$

Déterminer :

1. Les coordonnées du projeté orthogonal de A sur D .
2. Une équation cartésienne de la droite symétrique de D par rapport à A .
3. Une équation cartésienne de la droite symétrique de D' par rapport à D .

Exercice 3

Calculer la distance de la droite D au point A dans les deux cas suivants :

1. $A = (0, 0)$ et D passe par le point $B = (5, 3)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u} = (1, 2)$.
2. $A = (4, -1)$ et D définie par l'équation cartésienne : $x + 2.y + 3 = 0$.

Exercice 4

Déterminer une équation polaire des cercles d'équation cartésienne :

$$a) x^2 + y^2 - 3.x - 3.y = 0. \quad b) x^2 + y^2 - \sqrt{12}.x + 2.y = 0.$$

Exercice 5

Soit la famille des droites :

$$D_m : 8.m.x + (1 + 4.m^2).y + 4.m = 0.$$

Montrer que les droites D_m sont concourantes.

Exercice 6

Soit A et B deux points du plan et deux vecteurs distincts \vec{u}, \vec{v} .

Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = \overrightarrow{BM} \cdot \vec{v}$.

Géométrie de l'Espace :

Exercice 1 Soit \vec{u} un vecteur de l'espace non nul, A un point et λ un réel. Déterminer l'ensemble des points M vérifiant :

$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = \lambda.$$

Exercice 2 Calculer les coordonnées du projeté orthogonal de $A = (1, 1, 4)$ sur le plan P d'équation cartésienne : $x - y + 2.z = 2$, puis calculer $d(A, P)$.

Exercice 3 Déterminer une équation cartésienne de la droite :

1. Passant par les points $A = (2, 3, 0)$ et $B = (1, -2, -1)$.
2. Passant par le point $C = (1, 1, 1)$ et orthogonal au plan d'équation $x + y - 2.z + 1 = 0$.
3. Passant par $D = (2, 1, 2)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u} = (0, 4, -2)$.

Exercice 4

Déterminer la distance du point $A = (0, 0, 1)$ à la droite D qui passe par le point $B = (-5, 2, -1)$ et est dirigée par le vecteur $\vec{u} = (2, 2, 0)$.

Exercice 5

Soient deux droites D et D' passant respectivement par $A = (1, 2, 3)$ et $A' = (0, 4, -1)$ et dirigées par $\vec{u} = (4, 2, -1)$ et $\vec{u}' = (1, 1, 0)$.

1. Calculer $d(D, D')$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la perpendiculaire commune à D et D' .

Exercice 6 Soit S la sphère décrite par l'équation cartésienne :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2.x - 4.y - 6.z + 5 = 0.$$

On considère la droite D passant par O et dirigée par $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

1. Déterminer les points d'intersection de S et D et une équation cartésienne du plan tangent à S en chacun de ces points.
2. Déterminer l'intersection de S avec le plan P d'équation : $y - z + 1 = 0$.

Exercice 6 Soit \vec{a}, \vec{b} deux vecteurs de l'espace et l'équation vectorielle :

$$(E) \quad \vec{x} + \vec{a} \wedge \vec{x} = \vec{b}$$

1. Soit \vec{x} une solution de (E) .
Montrer que : $\vec{a} \cdot \vec{x} = \vec{a} \cdot \vec{b}$ et en déduire une expression de \vec{x} .
2. Conclure (Solutions de (E) !).