Exercice 1
Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$a)\quad \exp(4.x^3-3.x) \qquad b)\quad \ln(3+x^4) \qquad c)\quad \frac{3.e^{3.x}+2.e^x}{e-e^x} \qquad d)\quad x^2.\ln(1+\frac{1}{x^2}).$$

Exercice 2
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(a)\ :\ x-2=\sqrt{x} \qquad (b)\ :\ x^4-x^2-1=0.$$

Exercice 3
Démontrer les inégalités suivantes :

$$(a)\ :\ \forall x\geq 1,\ \ \ln(x)\leq x-1 \qquad (b)\ :\ \forall x\geq 0,\ \ e^x\geq 1+x.$$

Exercice 4
Soit u la suite définie par $u_0=3$ et $\forall n\geq 0,\ u_{n+1}=2.u_n-4$.

1. Déterminer le réel β tel que la suite v définie par : $v_n=u_n-\beta$ soit géométrique.
2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis celle de u_n.
3. Calculer $u_0+u_1+...+u_n$.

Exercice 5
Soit k un réel strictement positif. Discuter suivant les valeurs de k, le nombre de solutions de l'équation :

$$e^{2.x}-e^x=k-1.$$

Exercice 6
Traduire avec des quantificateurs les phrases suivantes :

1. Tous les réels ont un carré positif.
2. L'équation $x^3+x+1=0$ posséde une unique solution réelle.
3. Il existe un réel x tel que : $\ln(x)=1$.

Exercice 7
Réduire l'écriture de chacune des expressions suivantes :

$$A(x)=e^{2.\ln x}-3.\ln(e^x)\quad B(x)=\ln(e^x+1)-x\quad C(x)=\ln(x^2-3.x+2)-2.\ln(x-2).$$

Exercice 8
Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty}(-4.x+1+3.\ln(x)) \qquad \lim_{x\to 0}(x^3.\ln^2(x)) \qquad \lim_{x\to+\infty}\ln(\frac{4.x+1}{x-2}).$$

Exercice 9

1. Réaliser l'étude de la fonction :

$$f:\ x\mapsto 3.e^{2.x}-6.e^x-1.$$

2. Construire la courbe représentative de f dans un repére orthonormé.
3. Jusitifier que f s'annule exactement une fois sur $\mathbb{R}$ et donner un encadrement du zéro de f.
4. En déduire le tableau de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x)=3.e^{2.x}-12.e^x-2.x+1.$$

Exercice 10
Soit $(\mathbf{C})$ la courbe repésentative dans un repére orthonormé de la fonction g définie par : $g(x)=x^2.(2.\ln(x)-1)+1$ si $x>0$ et $g(0)=0$.

1. Montrer que g est dérivable en 0.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur son ensemble de définition D_g.
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur D_g.
4. Terminer l'étude de g et dresser le tableau de variation de g.
5. Déterminer la position relative de $(\mathbf{C})$ et de la droite Δ d'équation $y=1$.
6. Tracer $(\mathbf{C})$ et la droite Δ.

Exercice 11
Ètude des varaitions d'une fonction.

1. Montrer que pour tout réel x,

$$\sqrt{x^2+1}-x=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}.$$

2. En déduire que la fonction ϕ définie sur $\mathbb{R}$ par $\phi(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ est impair
3. Calculer la dérivée de ϕ. En déduire le tableau de variation de ϕ.

Exercice 12
Démontrer que l'équation (E) : $x^3+5.x+1=0$ a une solution réelle unique α puis, que cette solution est située dans l'intervalle $]-0,199;\ -0,198[$.