Exercice 1

Une urne contient b boules blanches et r boules rouges.
On tire n boules en remettant la boule aprés tirage si elle est rouge et en ne la remettant pas si elle est blanche.
Quelle est la probabilité de tirer exactement une boule blanche en n tirages ?

Exercice 2

Une population est formée de 40% d'hommes et de 60% de femmes. 50% des hommes et 30% des femmes fument.
Un individu fume. Quelle est la probabilité que cet individu soit un hommes ?

Exercice 3

Une urne contient n jetons numérotés de 1 à n ($n > 2$). On effectue deux tirages successifs et sans remise ; Soit X le plus grand des numéros obtenus et Y le plus petit.
Déterminer les lois de X et Y ainsi que leurs espérances.

Exercice 4

On tire une poignée de p jetons dans une boite en contenant n $(0 \geq p \leq n)$.
Pour $0 \leq k \leq n$ on désigne par X_k la v.a.r définie par : $X_k = k$ si le jeton numéro k est dans la poignée, $X_k = 0$ sinon.

1. Déterminer la loi et l'éspérance de chacune des v.a.r X_k.
2. Soit S la somme des numéros tirés. Déterminer $E(S)$.
3. Que représente ce nombre.

Exercice 5

Soient n et p deux entiers naturels non nuls tels que : $p \leq n$. On tire simultanément p boules dans une urne en contenant n, numérotées de 1 à n. Soit X la variable aléatoire correspondant au plus grand des p numéros tirés.

1. Déterminer la fonction de répartition de X.
2. En déduire la loi de cette variable.
3. Calculer l'éspérance de X.

Exercice 6

On considére n urnes numérotés de 1 à n. Pour tout $k \in \{1, ..., n\}$ l'urne n°k contient k boules numérotées de 1 à k. On choisit une urne au hasard, puis on tire une boule dans l'urne choisie.
On désigne par X la variable aléatoire égale au numéro de la boule tirée.
Déterminer la loi et l'espérance de la loi X.

Exercice 7

1. Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\{0, ..., n\}$, $\quad n \in \mathbb{N}^*$.
   Montrer que :
   $$E(X) = \sum_{k=1}^{n} P(X \geq k).$$
2. Une urne contient des boules numérotées de 1 à n. On tire les boules une à une et avec remise. On s'arrete lorsque, pour la premiére fois, le numéro tiré est supérieur ou égal au numéro précédent. Soit X la v.a.r égale au nombre de tirages effectuées.
   Déterminer l'espérance de X.